Leçons pour l'agrégation de mathématiques option D

Paul Mangold

2018-2019

Contents

Part I

Développements

- Algorithme KMP.
- Algorithme de Berlekamp.
- Algorithme de Floyd-Warshall.
- Algorithme de type principal.
- Algorithme du gradient à pas optimal.
- Automorphismes de S_n.
- Complexité moyenne du tri rapide.
- Compteurs probabilistiques.
- Construction d'un automate déterministe à partir d'une expression régulière.
- Différentiabilité de l'exponentielle de matrices.
- Dimension du commutant.
- Dunford et l'exponentielle de matrice.
- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger.
- Développement asymptotique de la série harmonique.
- Ellipse de Steiner.
- Extrema liés.
- Fonction C^∞ non triviale telle que $f(x)^x = x^f(x)$.
- Formule des compléments.
- Insertion dans un arbre B.
- Intégrale de Dirichlet et séries de Fourier.
- Inégalités de kolmogorov.
- La fonction d'Ackermann n'est pas récursive primitive.
- Lemme de Frobenius-Zolotarev.
- Lemme de Zolotarev.
- Les fonctions récursives sont lambda-définissables.
- Minimisation de tableaux.
- Méthode de Laplace.
- Méthode de Newton.
- Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.
- Nombres de Bell.
- PLus longue sous séquence commune.
- Plus longue sous séquence commune.
- Problème du voyageur de commerce euclidien.
- Processus de Galton-Watson.
- Schéma numérique pour l'équation de la chaleur.
- Suite de polygones.
- Théorie des ordres denses.

- Théorème de Brauer.
- Théorème de Burnside.
- Théorème de Cartan-Dieudonné.
- Théorème de Cartan-Dieudonné ?.
- Théorème de Cauchy-Lipschitz.
- Théorème de Cook.
- Théorème de Dirichlet faible.
- Théorème de Liapounov.
- Théorème de Rice.
- Théorème de Savitch.
- Théorème de compacité du calcul propositionnel.
- Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.
- Théorèmes d'Abel angulaire et taubérien faible.
- Tri par tas.
- Tri rapide.
- Une involution est une bijection.
- Échantillonage de Shannon.

Part II

Couplages

Leçons d'algèbre

101 Groupe opèrant sur un ensemble. Exemples et applications.

- Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.
- Théorème de Brauer.

104 Groupes finis. Exemples et applications.

- Automorphismes de S_n.
- Théorème de Burnside.

105 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

- Lemme de Zolotarev.
- Théorème de Brauer.

106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E, sous-groupes de GL(E). Applications.

- Théorème de Burnside.
- Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.

108 Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- Automorphismes de S_n.
- Théorème de Brauer.
- Théorème de Cartan-Dieudonné ?.

120 Anneaux Z/nZ. Applications.

- Lemme de Zolotarev.
- Théorème de Dirichlet faible.

121 Nombres premiers. Applications.

- Lemme de Zolotarev.
- Théorème de Dirichlet faible.

123 Corps finis. Applications.

- Algorithme de Berlekamp.
- Lemme de Frobenius-Zolotarev.
- Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.

126 Exemples d'équations en arithmétique.

141 Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

- Algorithme de Berlekamp.
- Théorème de Dirichlet faible.

151 Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

- Algorithme de Berlekamp.
- Dimension du commutant.

152 Déterminant. Exemples et applications.

- Suite de polygones.
- Théorème de Burnside.

153 Polynomes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomor- phisme en dimension finie. Applications.

- Dunford et l'exponentielle de matrice.
- Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.

156 Exponentielle de matrices. Applications.

- Différentiabilité de l'exponentielle de matrices.
- Dunford et l'exponentielle de matrice.

157 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

- Théorème de Burnside.
- Dunford et l'exponentielle de matrice.

159 Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.

- Théorème de Cartan-Dieudonné.
- Extrema liés.

162 Systèmes d'équations linéaires ; opérations élémentaires, aspects algorith- miques et conséquences théoriques.

- Dimension du commutant.
- Schéma numérique pour l'équation de la chaleur.

170 Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogo- nalité, isotropie. Applications.

- Théorème de Cartan-Dieudonné.
- Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.

182 Applications des nombres complexes la géométrie.

- Suite de polygones.
- Ellipse de Steiner.

183 Utilisation des groupes en géométrie.

- Théorème de Cartan-Dieudonné.
- Ellipse de Steiner.

190 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

- Nombres de Bell.
- Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.

Leçons d'analyse

203 Utilisation de la notion de compacité.

- Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.
- Algorithme du gradient à pas optimal.

208 Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

- Théorème de Liapounov.
- Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.
- Algorithme du gradient à pas optimal.

214 Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et en géométrie.

- Fonction C^∞ non triviale telle que $f(x)^x = x^f(x)$.
- Extrema liés.

219 Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

- Algorithme du gradient à pas optimal.
- Extrema liés.

220 Équations différentielles X 0 = f (t, X). Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.

- Théorème de Liapounov.
- Théorème de Cauchy-Lipschitz.

221 Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

- Théorème de Liapounov.
- Différentiabilité de l'exponentielle de matrices.

223 Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applica- tions.

- Méthode de Newton.
- Développement asymptotique de la série harmonique.

224 Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

- Développement asymptotique de la série harmonique.
- Méthode de Laplace.

226 Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence un+1 = f (un). Exemples. Applications a la résolution approchée d'équations.

- Processus de Galton-Watson.
- Méthode de Newton.

228 Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications.

- Méthode de Laplace.
- Inégalités de kolmogorov.

229 Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

- Processus de Galton-Watson.
- Algorithme du gradient à pas optimal.

230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

- Développement asymptotique de la série harmonique.
- Théorèmes d'Abel angulaire et taubérien faible.

233 Analyse numérique matricielle : résolution approchée de systèmes linéaires, recherche de vecteurs propres, exemples.

- Schéma numérique pour l'équation de la chaleur.
- Algorithme du gradient à pas optimal.

236 Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonc- tions d'une ou plusieurs variables.

- Formule des compléments.
- Intégrale de Dirichlet et séries de Fourier.

239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

- Méthode de Laplace.
- Formule des compléments.

243 Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et appli- cations.

- Nombres de Bell.
- Théorèmes d'Abel angulaire et taubérien faible.

246 Séries de Fourier. Exemples et applications.

- Échantillonage de Shannon.
- Intégrale de Dirichlet et séries de Fourier.

250 Transformation de Fourier. Applications.

- Échantillonage de Shannon.
- Intégrale de Dirichlet et séries de Fourier.

260 Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.

- Compteurs probabilistiques.
- Processus de Galton-Watson.

264 Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

- Compteurs probabilistiques.
- Processus de Galton-Watson.

265 Exemples d'études et d'applications de fonctions usuelles et spéciales.

- Méthode de Laplace.
- Formule des compléments.

Leçons d'informatique

901 Structures de données. Exemples et applications.

- Tri par tas.
- Insertion dans un arbre B.

903 Exemples d'algorithmes de tri. Correction et complexité.

- Complexité moyenne du tri rapide.
- Tri par tas.

907 Algorithmique du texte. Exemples et applications.

- Algorithme KMP.
- Plus longue sous séquence commune.

909 Langages rationnels et automates finis. Exemples et applications.

- Construction d'un automate déterministe à partir d'une expression régulière.
- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger.

912 Fonctions récursives primitives et non primitives. Exemples.

- La fonction d'Ackermann n'est pas récursive primitive.
- Les fonctions récursives sont lambda-définissables.

913 Machines de Turing. Applications.

- Théorème de Cook.
- Théorème de Rice.

914 Décidabilité et indécidabilité. Exemples.

- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger.
- Théorème de Rice.

915 Classes de complexité. Exemples.

- Problème du voyageur de commerce euclidien.
- Théorème de Savitch.

916 Formules du calcul propositionnel : représentation, formes normales, satisfia- bilité. Applications.

- Théorème de compacité du calcul propositionnel.
- Théorème de Cook.

918 Systèmes formels de preuve en logique du premier ordre. Exemples.

- Une involution est une bijection.
- Théorie des ordres denses.

921 Algorithmes de recherche et structures de données associées.

- Insertion dans un arbre B.
- PLus longue sous séquence commune.

923 Analyses lexicale et syntaxique. Applications.

- Construction d'un automate déterministe à partir d'une expression régulière.
- Algorithme de type principal.

924 Théories et modèles en logique du premier ordre. Exemples.

- Décidabilité de l'arithmétique de Presburger.
- Théorie des ordres denses.

925 Graphes : représentations et algorithmes.

- Algorithme de Floyd-Warshall.
- Problème du voyageur de commerce euclidien.

926 Analyse des algorithmes : complexité. Exemples.

- Algorithme de Floyd-Warshall.
- Complexité moyenne du tri rapide.

927 Exemples de preuve d'algorithme : correction, terminaison.

- Algorithme KMP.
- Tri par tas.

928 Problèmes NP-complets : exemples et réduction.

- Problème du voyageur de commerce euclidien.
- Théorème de Cook.

929 Lambda-calcul pur comme modèle de calcul. Exemples.

- Algorithme de type principal.
- Les fonctions récursives sont lambda-définissables.

930 Sémantique des langages de programmation. Exemples.

931 Schémas algorithmiques. Exemples et applications.

- Algorithme de Floyd-Warshall.
- Tri par tas.
- Tri rapide.

932 Fondements des bases de données relationnelles.

- Minimisation de tableaux.
- Insertion dans un arbre B.

Part III

Leçons d'algèbre

Leçon 101

Groupe opèrant sur un ensemble. Exemples et applications.

Développements

Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.
Théorème de Brauer.

Références

Perrin. *Algèbre*.
Ulmergroupe. *Théorie des groupes*.
Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Nh2G21. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 1*.
Nh2G22. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 2*.
Alessandri. *Thèmes géométrie*.

1 Définitions et premières propriétés

1.1 Groupe

1.2 Opération

1.3 Formule des classes et Burnside

2 Exemples classiques d'actions

2.1 Action par translation

2.2 Action par conjugaison

3 Actions de groupe et algèbre linéaire

3.1 Équivalence, similitude et formes quadratiques (?)

3.2 Action par permutation

groupe symétrique

théorème de Brauer (dev)

3.3 Action sur un espace vectoriel et représentations

4 Applications

4.1 Dénombrement sur les corps finis

Nombre de matrices blabla (dev)

Loi de réciprocité quadratique

4.2 Géométrie affine, isométries

Leçon 104

Groupes finis. Exemples et applications.

Développements

Automorphismes de S_n.
Théorème de Burnside.

Références

Perrin. *Algèbre*.
Ulmergroupe. *Théorie des groupes*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Combesgeometrie. *Algèbre et géométrie*.
Calais. *Éléments de théorie des groupes*.

1 Étude générale des groupes finis

1.1 Ordre et exposant

Théorème de Burnside (dev)

1.2 Théorème de Lagrange

1.3 Action de groupes

2 Groupes abéliens finis

2.1 Groupes cycliques

2.2 Théorème de structure

3 Groupes non abéliens

3.1 Groupes symétriques

automorphismes de S_n (dev)

3.2 p-groupes

4 Applications

4.1 Géométrie : groupes diédraux

4.2 Représentations

Leçon 105

Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

Développements

Lemme de Zolotarev.
Théorème de Brauer.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse.*
Ulmergroupe. *Théorie des groupes.*
Perrin. *Algèbre.*
H2G21. *Histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 1.*
H2G22. *Histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 2.*
Caldero-Peronnier. *Carnet de voyages en algébrie.*

1 Généralités sur le groupe symétrique

1.1 Définition et premières propriétés

1.2 Orbites, cycles, décomposition

1.3 Signature et groupe alterné

lemme de Zolotarev (dev)

2 Structure de S_n et A_n

2.1 Classes de conjugaison

théorème de Brauer (dev)

2.2 Générateurs

3 Applications

3.1 Déterminant

3.2 Polynômes symétriques

3.3 Matrices de permutations

3.4 Actions de groupes et représentations ?

Leçon 106

Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E, sous-groupes de GL(E). Applications.

Développements

Théorème de Burnside.
Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.

Références

Perrin. *Algèbre*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Ulmergroupe. *Théorie des groupes*.
Alessandri. *Thèmes géométrie*.
é-testard.

1 Groupe (spécial) linéaire

1.1 Groupe linéaire et quelques propriétés

1.2 Déterminant et groupe spécial linéaire

1.3 Pivot de Gauss: générateurs

1.4 Groupes dérivés

2 Des sous-groupes du groupe linéaire

2.1 Groupe (spécial) orthogonal

Définition

Générateurs

2.2 Sous-groupes finis

Théorème de Cayley

Théorème de Burnside (dev)

3 Action du groupe linéaire

3.1 Sur des espaces vectoriels

dénombrement du nombre de matrices diagonalisables sur Fq

géométrie ?

3.2 Sur les matrices elles-mêmes

équivalence

conjugaison

multiplication à gauche

4 Aspects topologiques

4.1 Densité des matrices inversibles

4.2 Connexité

4.3 Compacité et sous-groupes compacts

Point fixe de Kakutani et sous groupes compacts de GL(E)

Leçon 108

Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

Développements

Automorphismes de S_n.
Théorème de Brauer.
Théorème de Cartan-Dieudonné ?.

Références

Perrin. *Algèbre*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Ulmergroupe. *Théorie des groupes*.
Audin. *Géométrie*.
Combes. *Algèbre et géométrie*.

1 Premiers groupes

1.1 Partie génératrice

1.2 Groupe monogène/cyclique

1.3 Groupes abéliens (thm de structure)

2 Groupe symétrique et groupe diédral

2.1 Groupe symétrique

Automorphismes de S_n (dev) Théorème de Brauer (dev)

2.2 Groupe diédral

3 Groupes linéaires

3.1 Groupe linéaire

3.2 Groupe spécial linéaire

3.3 Groupe orthogonal

Théorème de Cartan-Dieudonné (dev)

3.4 Groupe spécial orthogonal

Leçon 120

Anneaux Z/nZ. Applications.

Développements

Lemme de Zolotarev.
Théorème de Dirichlet faible.

Références

Caldero-Peronnier. *Carnet de voyages en algébrie.*
Risler-Boyer. *Algèbre pour la Licence 3.*
Combes. *Algèbre et géométrie.*
Perrin. *Algèbre.*
Gourdon. *Algèbre et Analyse.*
Demazure. *Algèbre.*

1 Structure de Z/nZ

1.1 Groupe

1.2 Anneau

1.3 Théorème de chinois

2 Arithmétique

2.1 Nombres premiers

2.2 Tests de primalité

2.3 Carrés de Z/nZ : Frobenius-Zolotarev (dev)

3 Polynômes

3.1 Polynômes irréductibles sur F_p

3.2 Critères d'irréductibilité

3.3 Polynômes cyclotomiques : théorème de Dirichlet faible (dev)

Leçon 121

Nombres premiers. Applications.

Développements

Lemme de Zolotarev.
Théorème de Dirichlet faible.

Références

Demazure. *Algèbre.*
Combes. *Algèbre et géométrie.*
Perrin. *Algèbre.*
Gourdon. *Algèbre et Analyse.*
Ulmeranneaux. *Anneaux, corps résultants.*

1 Arithmétique

1.1 Nombres premiers

1.2 Tests de primalité

1.3 Infinité de nombres premiers et répartition

1.4 Des familles de nombres premiers : Théorème de Dirichlet faible (dev)

2 Corps finis

2.1 Structure des corps finis

2.2 Polynômes dans $\mathbf{F}_q$

2.3 Carrés : Frobenius-Zolotarev (dev)

3 En théorie des groupes

3.1 p-groupes

3.2 Théorèmes de Sylow

4 En cryptographie

Leçon 123

Corps finis. Applications.

Développements

Algorithme de Berlekamp.
Lemme de Frobenius-Zolotarev.
Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.

Références

Perrin. *Algèbre.*
Gourdon. *Algèbre et Analyse.*
Gozard. *Théorie de Galois.*
Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation.*
Mercier. *Fondamentaux d'algèbre et d'analyse.*

1 Corps finis

1.1 Définitions : corps et sous-corps

1.2 Existence et unicité

1.3 Groupe multiplicatif

2 Carrés de F_q

2.1 Généralités : ce que c'est un carré, l'ensemble des carrés, théorème des deux carrés ?

2.2 Symbôle de Legendre : Frobenius-Zolotarev

3 Polynômes sur un corps fini

3.1 Clôture algébrique

3.2 Polynômes irréductibles et factorisation

Algorithme de Berlekamp (dev)

4 Dénombrement des ensembles de matrices

cardinal de $GL_n(F_q)$

nombre de matrices blabla (dev)

Leçon 126

Exemples d'équations en arithmétique.

Développements

Références

Leçon 141

Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

Développements

Algorithme de Berlekamp.
Théorème de Dirichlet faible.

Références

Gozard. *Théorie de Galois*.
Perrin. *Algèbre*.
Risler-Boyer. *Algèbre pour la Licence 3*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.

1 Polynômes irréductibles

1.1 Définition

1.2 Critères d'irréductibilité

1.3 Éléments algébrques, transcendants, extension algébrique

2 Adjonction de racines

2.1 Corps de rupture

2.2 Corps de décomposition

2.3 Clôture algébrique

3 Polynômes cyclotomiques

Théorème de Dirichlet faible (dev)

4 Polynômes sur les corps finis

Enlever les facteurs carrés

Factoriser un polynôme sans facteur carré : Berlekamp (dev)

Leçon 151

Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

Développements

Algorithme de Berlekamp.
Dimension du commutant.

Références

Grifone. *Algèbre linéaire*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation*.
Mansuy-Mneimé. *Réduction des endomorphismes*.

1 Dimension d'un espace vectoriel

1.1 Familles génératrices, libres, dimension

1.2 Dimension (finie)

1.3 Sous-espaces vectoriels

2 Rang et applications linéaires

2.1 Pour les applications linéaires

Application à la factorisation de polynômes : Berlekamp (dev)

2.2 Pour les matrices

2.3 Théorème du rang

2.4 Systèmes linéaires

Caractérisation par le rang : dimension du commutant (dev)

Pivot de Gauss

3 Aspects topologiques

3.1 Théorème de Riesz

3.2 Normes et équivalence des normes

3.3 Applications linéaires continues

Leçon 152

Déterminant. Exemples et applications.

Développements

Suite de polygones.
Théorème de Burnside.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Grifone. *Algèbre linéaire*.
Risler-Boyer. *Algèbre pour la Licence 3*.

1 Formes multilinéaires

2 Déterminant

2.1 Défintion

2.2 Propriétés algébriques

2.3 Propriétés topologiques

3 Méthodes de calcul

3.1 Développement

3.2 Pivot de Gauss

3.3 Déterminants classiques

Vandermonde : application au théorème de Burnside (dev)

Circulant : application aux suites de polygônes (dev)

Cauchy

4 Applications

4.1 Polynômes caractéristiques

4.2 Systèmes linéaires

4.3 Distances de volumes

4.4 Orientation

4.5 Résultant

Leçon 153

Polynomes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomor- phisme en dimension finie. Applications.

Développements

Dunford et l'exponentielle de matrice.
Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse.*
Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation.*
Nh2G21. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 1.*
Nh2G22. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 2.*
Rombaldi. *Mathématiques pour l'agrégation : ??.*

1 Polynômes d'endomorphismes

1.1 L'algèbre $K(u)$

1.2 Polynômes annulateurs, polynôme minimal

1.3 Polynôme caractéristique : application à la dimension du commutant

2 Réduction

2.1 Sous espaces propres/caractéristiques : lemme des noyaux

2.2 Endomorphismes diagonalisables

2.3 Endomorphismes trigonalisables

3 Applications

3.1 Matrices diagonalisables

* Puissances d'une matrice : si diagonalisable ou non * Dénombrement des matrices de polynôme $X^q - X$ sur F_q (dev) * Systèmes différentiels : cas diagonalisable + cas général

3.2 Matrices trigonalisables

* Systèmes linéaires * Décomposition de Dunford et l'exponentielle matricielle (dev)

Leçon 156

Exponentielle de matrices. Applications.

Développements

Différentiabilité de l'exponentielle de matrices.
Dunford et l'exponentielle de matrice.

Références

Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation.*
Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles.*
é-testard.
Nh2G21. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 1.*
Nh2G22. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 2.*

1 Définition et premières propriétés

2 Méthodes de calcul

2.1 Calcul pour des endomorphismes diagonalisables et nilpotents

2.2 Blocs de Jordan (éventuellement)

2.3 Décompositon de Dunford (dev)

3 Systèmes différentiels

4 Propriétés topologiques

4.1 Surjectivités, décomposition polaire

4.2 Continuité : homéomorphismes

4.3 Différentiabilité (dev)

Leçon 157

Endomorphismes trigonalisables. Endomorph nilpotents.

Développements

Théorème de Burnside.
Dunford et l'exponentielle de matrice.

Références

Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Grifone. *Algèbre linéaire*.

1 Endomorphismes trigonalisables

1.1 Généralités sur les polynômes d'endomorphismes

Lemmes des noyaux

Cayley-Hamilton

1.2 Trigonalisation

1.3 Trigonalisation simultanée

2 Endomorphismes nilpotents

2.1 Définitions

2.2 Le cône nilpotent

2.3 Caractérisation par la trace et applications (dev)

3 Application à la réduction

3.1 Blocs de Jordan

3.2 Décomposition de Dunford (dev)

Leçon 159

Formes linéaires et dualité en dimension finie. Exemples et applications.

Développements

Théorème de Cartan-Dieudonné.
Extrema liés.

Références

Avez. *Calcul différentiel*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Grifone. *Algèbre linéaire*.
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.

1 Dualité

1.1 Formes linéaires et espace dual

1.2 Bidual et base antéduale

2 Orthogonalité

2.1 Définitions

2.2 Sous-espaces vectoriels

2.3 Hyerplans

2.4 Application transposée ?

3 Espaces de Hilbert : si on a un produit scalaire ?

3.1 Représentation par le produit scalaire (Riesz)

3.2 Fonctions différentiables

Gradient

Extrema liés (dev)

3.3 En géométrie ?

Théorème de Cartan-Dieudonné (dev)

Leçon 162

Systèmes d'équations linéaires ; opérations élémentaires, aspects algorith- miques et conséquences théoriques.

Développements

Dimension du commutant.
Schéma numérique pour l'équation de la chaleur.

Références

Grifone. *Algèbre linéaire*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Ciarlet. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*.
Serre. *Les matrices*.

1 Systèmes linéaires

1.1 Cas particulier : Cramer

1.2 Cas général : Rouché-Fontené

1.3 Cas des systèmes homogènes

s'attarder sur la dualité, noyaux de formes linéaires

dimension du commutant (dev)

2 Méthodes de résolution directe

2.1 Opérations élémentaires

2.2 Pivot de Gauss

2.3 Factorisation

2.4 En termes d'actions de groupes

3 Méthodes de résolution approchée

3.1 Méthodes itératives A = M + N

3.2 Méthodes de gradient

3.3 Applications aux équations aux dérivées partielles (dev)

Leçon 170

Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogo- nalité, isotropie. Applications.

Développements

Théorème de Cartan-Dieudonné.
Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.

Références

Seguins-Pazzis. *Invitation aux formes quadratiques*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Grifone. *Algèbre linéaire*.
Duverney. *Théorie des nombres*.

1 Formes bilinéaires et quadratiques

1.1 Définitions

1.2 Représentation matricielle

1.3 Formes quadratiques positives

2 Orthogonalité et isotropie

2.1 Orthogonalité

2.2 Bases orthogonales

2.3 Isotropie

3 Classification de réduction

3.1 Classification sur F_q, R, C

3.2 Réduction simultanée

4 Groupe orthogonal

4.1 Définition et générateurs

Théorème de Cartan-Dieudonné (dev)

4.2 Décomposition polaire

4.3 Sous-groupes

Théorème du point fixe de Kakutani + applications (dev)

Leçon 182

Applications des nombres complexes la géomét

Développements

Suite de polygones.
Ellipse de Steiner.

Références

Eiden. *Géométrie analytique classique*.
Audin. *Géométrie*.
Ramis-Warusfel. *Algèbre et géométrie*.

1 Géométrie euclidienne

1.1 Plan affine et plan complexe

1.2 Angles et distances

1.3 Transformations du plan

2 Lieux géométriques usuels

2.1 Droites, cercles et coniques

2.2 Géométrie du triangle

ellipse de Steiner (dev)

2.3 Polygônes

suite de polygônes (dev)

3 Géométrie projective

3.1 Définition

3.2 Homographies

3.3 Birapport

Leçon 183

Utilisation des groupes en géométrie.

Développements

Théorème de Cartan-Dieudonné.
Ellipse de Steiner.

Références

Audin. *Géométrie.*
Tauvel. *Analyse complexe pour la Licence 3.*
Combesgeometrie. *Algèbre et géométrie.*
H2G21. *Histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 1.*
H2G22. *Histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 2.*
Cognet. *Algèbre et géométrie.*

1 Géométrie affine

1.1 Espace affine

1.2 Groupe affine

2 Géométrie euclidienne

2.1 Isométries

Réfléxions, rotations
Décomposition canonique
Théorème de Cartan-Dieudonné (dev)

2.2 Dans le plan (angles, groupe diédral, construction règle/compas...)

Angles, isométries, déplacements, similitudes

Groupe diédral

Construction à la règle et au compas

2.3 Dans l'espace : isométries du cube...

3 Géométrie projective

3.1 Droite projective

3.2 Homographies

3.3 Birapport

4 Coniques, quadriques

Classification des coniques

Ellipse de Steiner (dev)

Leçon 190

Méthodes combinatoires, problèmes de dénom

Développements

Nombres de Bell.
Nombre de matrice sur un corps finis de polynôme caractéristique donné.

Références

De Biasi. *Mathématiques pour le CAPES et l'agrégation interne*.
Perrin. *Algèbre*.
Ulmergroupe. *Théorie des groupes*.
Nh2G21. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 1*.
Saux-Picart. *Cours de calcul formel. Corps finis, systèmes polynomiaux, applications*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.

1 Généralités et outils

1.1 Ensembles finis, cardinal...

1.2 Arrangements, permutations et combinaisons

1.3 Grandes idées

Le lemme des Bergers + app à Lagrange

principe des tiroirs

2 Dénombrement en théorie des groupes et sur les corps finis

2.1 Actions de groupes

2.2 Corps finis

exemple des matrices diagonalisables sur F_q (dev)

3 Fonctions multiplicatives, arithmétique

3.1 Indicatrice d'Euler, Möbius : nombre de polynôme irréductibles sur F_q

3.2 Symbôle de Legendre : nombre de carrés de F_q

4 Séries génératrices

4.1 Séries formelles

4.2 Séries entières !

nombres de Bell (dev)

5 Dénombrement dans des arbres ?

Nombre minimal de comparaisons dans un tri par comparaison

Complexité en moyenne du tri rapide

Part IV

Leçons d'analyse

Leçon 203

Utilisation de la notion de compacité.

Développements

Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.
Algorithme du gradient à pas optimal.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Queffelec. *Topologie*.
Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Pommellet. *Analyse*.
Hirsch-Lacombe. *Éléments d'analyse fonctionnelle*.
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.

1 Définitions et premiers résultats (très féconds !)

1.1 Borel-Lebesgue (topologique)

1.2 Bolzano-Weierstrass (métrique)

2 Fonctions continues sur un compact

2.1 Uniforme continuité

2.2 Théorème de Rolle, TAF

2.3 Théorème de Heine

2.4 Et si f est convexe ? Fonctionnelle elliptiques

convexe + coercif donne beaucoup d'information

recherche du minimum ? algorithme du gradient à pas optimal (dev)

3 Espaces vectoriels normés

3.1 Boule unité, rechreche d'extremum dessus

3.2 Point fixe linéaire et application

point fixe de Kakutani

3.3 Sous-groupes de $\mathbf{GL}_n(R)$: $legroupeorthogonal$

sous-groupes compacts conjugué à sous-groupe de $\mathbf{O}_n(R)$

Leçon 208

Espaces vectoriels normés, applications linéair continues. Exemples.

Développements

Théorème de Liapounov.
Théorème du point fixe de Kakutani et sous-groupes compacts de $GL_n(R)$.
Algorithme du gradient à pas optimal.

Références

Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Pommellet. *Analyse*.
.
Hauchecorne. *Les contre exemples en mathématiques*.

1 Généralités

1.1 Normes sur un espace vectoriel

1.2 Des exemples d'espaces vectoriels normés

2 Applications linéaires continues

2.1 Norme subordonnée

2.2 Définitions équivalentes

2.3 Exemples et contre exemples

2.4 Points fixes d'une application linéaire : application aux sous-groupes de $GL_n(R)$ (dev)

3 Le cas très particulier de la dimension finie

3.1 Compacité de la sphère unité

3.2 Équivalence des normes

4 Le cas euclidien

4.1 Produit scalaire

4.2 Exemple de la convexité

4.3 Application à l'étude de la stabilité de systèmes différentiels (dev)

Leçon 214

Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications en analyse et en géométrie.

Développements

Fonction C^∞ non triviale telle que $f(x)^x = x^f(x)$.
Extrema liés.

Références

Avez. *Calcul différentiel.*
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation.*
Lafontaine. *Introduction aux variétés différentielles.*
Madère. *Développements d'analyse.*

1 Théorème d'inversion locale

1.1 Introduction : difféomorphismes

1.2 Inversion locale, cas C^1 et C^k

1.3 Changement de coordonnées

2 Théorème des fonctions implicites

2.1 Fonctions implicites, différentielle de la fonction implicite

2.2 Quelques applications

Résolution d'équations, en particulier (dev)

3 Sous-variétés

3.1 Définitions

3.2 Théorème de sous-variétés

3.3 Théorème des extrema liés et applications (dev)

Leçon 219

Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

Développements

Algorithme du gradient à pas optimal.
Extrema liés.

Références

Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation.*
Gourdon. *Algèbre et Analyse.*
Avez. *Calcul différentiel.*
Ciarlet. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation.*

1 Existence d'un extremum

1.1 Compacité

1.2 Convexité

1.3 Projection sur un convexe

2 Extrema locaux

2.1 Différentiabilité

2.2 Point critique : condition nécessaire mais pas suffisante

2.3 Gradient : théorème de représentationde Riesz

3 Optimisation sans contrainte

3.1 Méthode de Newton

3.2 Méthodes de gradient

Définition d'une méthode de gradient

Gradient à pas optimal (dev)

Gradient conjugué

4 Optimisation sous contraintes

4.1 Introcution

4.2 Sous variétés

4.3 Théorème de extrema liés + applications (dev)

Leçon 220

Équations différentielles $X' = f(t, X)$. Exemples d'étude des solutions en dimension 1 et 2.

Développements

Théorème de Liapounov.
Théorème de Cauchy-Lipschitz.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.
Berthelin. *Équations différentielles*.
Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles*.

1 Généralités

1.1 Équation différentielle

1.2 Solution et solution maximale

1.3 Problèmes de Cauchy

Définition

Théorème de Cauchy-Lipschitz local (dev)

1.4 Étude des solutions

Grönwall

Lemme de sortie de tout compact

Théorème des bouts

2 Systèmes différentiels autonomes et étude qualitative

2.1 Définitions, équilibres et portraits de phase

2.2 Système linéaire de dimension 2

2.3 Stabilité des équilibres

Théorème de Liapounov (dev)

3 Résolution

3.1 Explicite : quelques exemples

3.2 Séries entières

3.3 Approchée : méthode d'Euler

Leçon 221

Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

Développements

Théorème de Liapounov.
Différentiabilité de l'exponentielle de matrices.

Références

Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Berthelin. *Équations différentielles*.
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.
Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles*.

1 Généralités

1.1 Équation différentielle linéaire

1.2 Problème de Cauchy linéaire !

2 Méthodes pratiques de résolution

2.1 Le cas des coefficients constants

exponentielle de matrices

application : différentielle de l'exponentielle (dev)

2.2 Bases de solutions de l'équation homogène

2.3 Solution particulière : variation de la constante

3 Plus loin que le cas linéaire

3.1 Équations non linéaires qui se ramènent au cas linéaire

3.2 Étude de la stabilité par un système linéaire : Théorème de Liapounov (dev)

Leçon 223

Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applica- tions.

Développements

Méthode de Newton.
Développement asymptotique de la série harmonique.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.
El-Amrani. *Suites et séries numériques, suites et série de fonctions*.

1 Étude de la convergence

1.1 Limite

1.2 Résultats de convergence

1.3 Valeurs d'adhérences

1.4 Suites de Cauchy

2 Suites particulières

2.1 En vrac : arithmétique, géométrique, homographique

2.2 Suites définies par récurrence : méthode de Newton (dev)

3 Étude asymptotique

3.1 Théorèmes de comparaisons

3.2 Séries : exemple de la série harmonique (dev)

4 Application en topologie

Caractérisation des fermés, compacts

Caractérisation de la continuité

Leçon 224

Exemples de développements asymptotiques de suites et de fonctions.

Développements

Développement asymptotique de la série harmonique.
Méthode de Laplace.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Rombaldi. *Mathématiques pour l'agrégation : ??*.
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.
El-Amrani. *Suites et séries numériques, suites et série de fonctions*.
Hauchecorne. *Les contre exemples en mathématiques*.

1 Développements limités, développements asymptotiques

1.1 Limités

1.2 Asymptotiques

2 Le cas des suites et séries

2.1 Équivalents usuels

2.2 Théorème de comparaison

2.3 Vitesse de convergence des suites récursives : le cas de la méthode de Newton

2.4 Comparaison série intégrale

Exemple de la série harmonique (dev)

3 Le cas des intégrales

3.1 Intégration des développements limités

3.2 Théorèmes de comparaison

3.3 Recherche d'équivalents

Méthode de Laplace (dev)

Leçon 226

Suites vectorielles et réelles définies par une relation de récurrence un+1 = f (un). Exemples. Applications a la résolution approchée d'équations.

Développements

Processus de Galton-Watson.
Méthode de Newton.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles*.
.
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.
Rombaldi. *Mathématiques pour l'agrégation : ??*.
Ouvrard. *Probabilités 1 ou 2*.

1 Généralités et outils

1.1 Suites réelles

1.2 Suites vectorielles

1.3 Exemples classiques

2 Étude de points fixes

2.1 Théorèmes de points fixes

2.2 Caractérisation des points fixes : attractifs blabla

application au processus de Galton-Watson (dev)

3 Méthodes numériques

3.1 De résolution d'équation : méthode de Newton (dev)

3.2 De résolution de systèmes linéaires : exemple de l'équaton de la chaleur

Leçon 228

Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et applications

Développements

Méthode de Laplace.
Inégalités de kolmogorov.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*.
Pommellet. *Analyse*.
Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.

1 Généralités

1.1 Fonctions continues, caractérisations de la continuité

1.2 Fonctions dérivables

2 Théorèmes fondamentaux

2.1 Théorème des valeurs intermédiaires

2.2 Théorème de Rolle et accroissements finis

2.3 Formules de Taylor : inégalités de Kolmogorov (dev)

3 Études de continuité et dérivabilité à la limite

3.1 Suites et séries de fonctions

3.2 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre

Application à la recherche d'équivalents : méthode de Laplace (dev)

4 Des exemples retentissants

4.1 Fonctions lipschitziennes et points fixes

4.2 Fonctions convexes et optimisation, gradient...

Leçon 229

Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

Développements

Processus de Galton-Watson.
Algorithme du gradient à pas optimal.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Ciarlet. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*.
Ouvrard. *Probabilités 1 ou 2*.
Rombaldi. *Mathématiques pour l'agrégation : ??*.
.
Dantzer. *Mathématiques pour l'agrégation*.

1 Fonctions monotones

1.1 Définition et caractérisation

1.2 Lien avec la continuité

1.3 Lien avec la dérivabilité

2 Fonctions convexe

2.1 Définition

2.2 Caractérisations

2.3 Régularité

3 Applications

3.1 Études de suites, séries

Points fixes ?

Comparaison séries intégrale

Processus de Galton-Watson (dev)

3.2 Inégalités de convexité

3.3 Optimisation

Méthodes de gradient

Gradient à pas optimal (dev)

Gradient conjugué

Leçon 230

Séries de nombres réels ou complexes. Compo des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

Développements

Développement asymptotique de la série harmonique.
Théorèmes d'Abel angulaire et taubérien faible.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
El-Amrani. *Suites et séries numériques, suites et série de fonctions*.
Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.

1 Convergence d'une série

1.1 Définition et premiers exemples

1.2 Suite de Cauchy et convergence absolue

2 Le cas des suites à termes positifs

2.1 Comparaison de séries

2.2 Règles de convergence

2.3 Comparaison série-intégrale

2.4 Sommation des relations de comparaison

Développement asymptotique de la série harmonique (dev)

3 En dehors des SATP ?

3.1 Le critère spécial des séries alternées

3.2 Transformation d'Abel

3.3 Séries entières

Théorème d'Abel (dev)

Leçon 233

Analyse numérique matricielle : résolution approchée de systèmes linéaires, recherche de vecteurs propres, exemples.

Développements

Schéma numérique pour l'équation de la chaleur.
Algorithme du gradient à pas optimal.

Références

Ciarlet. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*.
Allaire. *Analyse numérique et optimisation*.
Serre. *Les matrices*.

1 Généralités

1.1 Normes

1.2 Conditionnement

1.3 Matrices symétriques !

2 Méthodes de résolution des systèmes linéaires

2.1 Méthodes directes

Pivot de Gauss

Décompositions (LU par ex)

2.2 Méthodes itératives

2.3 Méthodes de gradient (dev)

3 Recherches de valeurs et vecteurs propres

3.1 Méthode de la puissance

3.2 Méthode de la puissance inverse

4 Schémas numérques pour les équations différentielles

4.1 Schéma d'Euler explicite

4.2 Schémas pour les équations aux dérivées partielles

Schéma explicite/implicite

Mix des deux : schéma thêta (dev)

Leçon 236

Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonc- tions d'une ou plusieurs variables.

Développements

Formule des compléments.
Intégrale de Dirichlet et séries de Fourier.

Références

Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Amar Matheron. *Analyse complexe*.
Ouvrard. *Probabilités 1 ou 2*.

1 Méthodes de calcul direct

1.1 Primitives

1.2 Intégration par parties

1.3 Changement de variables

1.4 Fubini

2 Méthodes de calcul "externe"

2.1 Théorème de convergence dominée et intégrales à paramètres

application au calcul de l'intégrale de sinx/x + Fourier vite fait (dev)

2.2 Analyse complexe : formule des résidus

application à la formule des compléments (dev)

3 Méthodes numériques de calcul d'intégrale

3.1 Méthodes rectangles, trapèzes

3.2 Méthode d'interpolation de Lagrange

3.3 Méthode de Monte-Carlo

Leçon 239

Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

Développements

Méthode de Laplace.
Formule des compléments.

Références

Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Briane Pagès. *Théorie de l'intégration*.
Amar Matheron. *Analyse complexe*.
Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation*.

1 Étude de la régularité

1.1 Continuité

1.2 Dérivabilité

1.3 Holomorphie

Fonction Γ d'Euler : quelques propriétés au passage (dev)

2 Produits de convolution

2.1 Définition et premières propriétés

2.2 Approximation de l'unité

3 Fourier et Laplace

3.1 Fourier

3.2 Laplace (dev)

Leçon 243

Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et appli- cations.

Développements

Nombres de Bell.
Théorèmes d'Abel angulaire et taubérien faible.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Pommellet. *Analyse*.
Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation*.

1 Définition et premières propriétés

1.1 Rayon de convergence, séries entières

1.2 Calcul du rayon de convergence

1.3 Opérations sur les sommes de séries entières

2 Propriétés de la somme

2.1 Sur R

2.2 Sur C

3 Développements en séries entières

3.1 Définitions et propriétés

3.2 Développements en séries entières usuels

4 Applications

4.1 Dénombrement : séries génératrices

nombres de Bell (dev)

4.2 Équations différentielles

5 Convergence au bord du disque ?

Théorèmes d'Abel angulaire et taubérien faible (dev)

Leçon 246

Séries de Fourier. Exemples et applications.

Développements

Échantillonage de Shannon.
Intégrale de Dirichlet et séries de Fourier.

Références

Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.

1 Définitions et premières propriétés

1.1 Fonctions périodiques

1.2 Coefficients de Fourier, séries de Fourier

2 Convergence dans L^2

2.1 Base hilbertienne de L^2

(e_n) est une base hilbertienne de $L^2([0, 2\pi])$

2.2 Formule de Parseval et applications

formule de Parseval

application à $f : x \to x^2$

3 Convergence de la série de Fourier

3.1 Noyaux trigonométriques

Noyau de Dirichlet

Noyau de Fejer

3.2 Théorèmes de convergence

Théorème de Dirichlet (dev)

Théorème de Féjer

4 Applications

4.1 Formule de Poisson et échantillonage de Shannon (dev)

4.2 Équation de la chaleur (???)

Leçon 250

Transformation de Fourier. Applications.

Développements

Échantillonage de Shannon.
Intégrale de Dirichlet et séries de Fourier.

Références

Rudin. *Analyse réelle et complexe*.
Briane Pagès. *Théorie de l'intégration*.
Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.
Faraut. *Analyse sur les groupes de Lie*.
Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation*.
Barbe-Ledoux. *Probabilités*.
Ouvrard. *Probabilités 1 ou 2*.

1 Transformée de Fourier sur les fonctions intégrables

1.1 Définition et premières propriétés

1.2 Produit de convolution

1.3 Inversion de la transformée de Fourier

intégrale de Dirichlet + formule d'inversion

2 Extension de la transformée de Fourier

2.1 Prolongement à $L^2(R)$

2.2 Espace de Schwartz

3 Applications en analyse

3.1 Formule sommatoire de Poisson et signaux à spectre borné (dev)

3.2 Polynômes orthogonaux

3.3 Fonction caractéristique d'une variable aléatoire

Leçon 260

Espérance, variance et moments d'une variable aléatoire.

Développements

Compteurs probabilistiques.
Processus de Galton-Watson.

Références

Appel. *Probabilités pour les non probabilistes*.
Barbe-Ledoux. *Probabilités*.
Ouvrard. *Probabilités 1 ou 2*.
Garet-Kurtzmann. *De l'intégration aux probabilités*.

1 Espérance et variance

1.1 Espérance et moments

1.2 Variance et covaraiance

1.3 Inégalités classiques

Application : compteurs loglog (dev)

2 Fonctions caractéristique et génératrice

2.1 Fonction génératrice

Processus de Galton-Watson (dev)

2.2 Fonction caractéristique

3 Modes de convergence

3.1 Convergence en proba

3.2 Lois faible et forte des grands nombres

3.3 Théorème central limite

Leçon 264

Variables aléatoires discrètes. Exemples et applications.

Développements

Compteurs probabilistiques.
Processus de Galton-Watson.

Références

Appel. *Probabilités pour les non probabilistes*.
Barbe-Ledoux. *Probabilités*.
Ouvrard. *Probabilités 1 ou 2*.
Garet-Kurtzmann. *De l'intégration aux probabilités*.

1 Définitions

1.1 Lois discrètes

1.2 Lois usuelles et liens entre elles

1.3 Espérance, variance et inégalités

1.4 Borel Cantelli

2 Indépendance

2.1 Variables aléatoires indépendantes

2.2 Fonction caractéristique

3 Fonction génératrice

Processus de Galton-Watson (dev)

4 Convergence en loi

4.1 Approximation des lois

4.2 Loi faible et forte des grands nombres

4.3 Théorème central limite

Leçon 265

Exemples d'études et d'applications de fonctio usuelles et spéciales.

Développements

Méthode de Laplace.
Formule des compléments.

Références

Gourdon. *Algèbre et Analyse*.
Rudin. *Analyse réelle et complexe*.
Amar Matheron. *Analyse complexe*.
Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3*.

1 Étude de fonctions

1.1 Outils

1.2 Fonctions usuelles

exponentielle

fonctions trigonométriques

fonctions hyperboliques

fonctions réciproques

2 Séries entières, séries de Taylor

2.1 Développement en série entière

2.2 Séries de Taylor usuelles

2.3 Prolongement des fonctions usuelles

3 Fonctions spéciales

3.1 Outils pour l'étude de fonctions définies par une intégrale

théorème de convergence dominée et tout

méthode de Laplace (dev)(1)

3.2 Prolongement de la factorielle : la fonction Γ d'Euler

formule des compléments (dev)(2)

équivalent en $+\infty$ et formule de Stirling (dev)(1)

3.3 La fonction de Riemann

Part V

Leçons d'informatique

Leçon 901

Structures de données. Exemples et applicatio

Développements

Tri par tas.
Insertion dans un arbre B.

Références

Froidevaux. *Types de données et algorithmes*.
Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.
Beauquier. *Éléments d'algorithmique*.

Les structures de données sont essentiellement des outils sur lesquels on peut construire des algorithmes : on définit des types abstraits, sur lesquels on peut effectuer des opérations (supprimer, rajouter, chercher un élément...), sans se soucier de comment c'est implémenté. Ainsi on donne les algorithmes avec une complexité spatiale et temporelle qui dépend des hypothèses faites sur ce qu'on peut avoir en termes de structures de données : exemple du tri par tas (DEV).

Mais comme on va bien devoir les implémenter, on doit aussi réfléchir à ce qu'il se passe dans ces structures là, et cela dépend des hypothèses que l'on arrive à maintenir sur nos données. Naïvement, on construit des structures séquentielles, qui servent quand un élément a au plus un voisin (par exemple des entiers), mais on peut faire mieux, par exemple des arbres, si l'on arrive à avoir une relation d'ordre : exemple des arbres B (DEV). Enfin, le plus généralement possible, un graphe permet de tout modéliser.

1 Types abstraits de données (Froidevaux)

Signature et propriétés des types abstraits

2 Structures séquentielles

2.1 Listes chaînées

2.2 Utilisation pour les piles et les files

2.3 Représentation d'un ensemble dans un tableau

3 Structures arborescentes

3.1 Définition d'un arbre

3.2 Arbres binaires et représentation par un tableau : tas (dev)

3.3 Arbres généraux, avec un nombre indéfini d'enfants par noeuds, exemple des arbres B (dev)

4 Structures avancées

4.1 Graphes

Représentation (matrices, liste d'adjacence...)

Algorithmes de parcours

4.2 Tables de hachage

4.3 Union find

Leçon 903

Exemples d'algorithmes de tri. Correction et complexité.

Développements

Complexité moyenne du tri rapide.
Tri par tas.

Références

Froidevaux. *Types de données et algorithmes*.
Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.

Le problème du tri est souvent présenté comme le problème le plus fondamental de l'informatique, et c'est vrai qu'il est présent partout : trier une liste de noms, trier des objets graphiques à afficher (pour afficher ceux qui sont au dessus à la fin), files de priorité (ce qui sert pour du task scheduling, pour des heuristiques de parcours de graphe...).

Le choix de l'algorithme de tri à utiliser dépend de ce que l'on veut trier, mais on va s'attarder sur le tri par comparaison. Si l'on trie peu d'éléments, un tri par séléction sera rapide. Si on trie une liste qui est presque triée, le tri par insertion peut être efficace. Enfin on a une borne optimale sur les tris par comparaison, et on voit qu'on peut l'atteindre avec un tri comme le tri par tas (dev).

En pratique, le tri rapide est meilleur, ce qui s'intuite déjà par sa complexité en moyenne bien meilleure que sa complexité dans le pire cas (dev).

Finalement, vu qu'on a souvent des machines avec beaucoup de processeurs, il faut observer rapidement qu'on peut faire des tris parallèles très efficaces !

1 Le problème du tri

Définition

Stabilité

Organisation de la mémoire

2 Les tris par comparaison

2.1 Des tris naïfs

* Tris par sélection

Séléction ordinaire

Tri à bulles

* Tris par insertion

Insertion séquentielle

Insertion dichotomique

2.2 Diviser pour régner !

* Tri fusion * Tri rapide

2.3 Utilisation de structures de données particulières : tri par tas

Note sur le tas : application aux files de priorité

2.4 Un résultat d'optimalité

3 Tris linéaire

3.1 Tri par comptage

3.2 Tri par paquets

4 Tris parallèles

Leçon 907

Algorithmique du texte. Exemples et applicat

Développements

Algorithme KMP.
Plus longue sous séquence commune.

Références

Crochemore. *Algorithms on strings*. a.
Crochemore. *Text algorithms*. b.
Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.
Aho. *Compilers*.
Navarro. *Flexible pattern matching in strings*.

1 Définitions

Le monoïde des mots

2 Recherche dans un texte

2.1 Recherche d'un motif dans un texte

Approche naïve

Automate

Knuth-Morris-Pratt (dev)

Horspool

Rabin-Karp

2.2 Recherche d'expression rationnelle

3 Comparaison de deux textes

3.1 Distance d'édition

3.2 PLus longue sous-séquence commune (dev)

4 Stockage et représentation

4.1 Encodage

4.2 Dictionnaires

4.3 Compression

Huffman

Lempel-Ziv-Welch

Leçon 909

Langages rationnels et automates finis. Exemp et applications.

Développements

Construction d'un automate déterministe à partir d'une expression régulière.
Décidabilité de l'arithmétique de Presburger.

Références

Dehornoy. *Mathématiques de l'informatique*.
Carton. *Langages formels, calculabilité et complexité*.
Aho. *Compilers*.

> Les automates constituent un modèle de calcul très simple et très facile à implémenter algorithmiquement : il suffit de suivre l'automate au fur et à mesure qu'on lit un mot pour voir s'il est reconnu par cet automate.
>
> La puissance des automates est d'autant plus importante qu'ils peuvent être non déterministes et quand même donner un algorithme (par déterminisation), et surtout, ils sont très expressifs : les langages reconus par les automates sont exactement les langages rationnels ! (Théorème de Kleene)
>
> On trouve alors naturellement beaucoup d'applications : analyse lexicale, décidabilité (on ne peut pas se perdre dans un automate !) (dev : Presburger), recherche de motifs (infiniment utile en pratique).
>
> Et ce lien est d'autant plus fort que l'on peut facilement parcourir un automate correspondant à une expression rationnelle sans avoir à le construire en entier (car ça coûte cher aie aie aie) ! (dev)

1 Automates finis

1.1 Définition et langage d'un automate

Définition d'un automate fini déterministe

Langage reconnu par un automate

* Exemples des automates reconnaissant les additions d'entiers en binaire, ou reconnaissance $\Sigma^*\omega$ pour un mot donné ω

"Limite de taille d'un mot" : lemme de l'étoile

1.2 Automate minimal

Définition

Congruence de Nérode

Algorithme de Hopcroft

1.3 Automates non déterministes

Déterminisation : automate de parties

Exemple où l'automate des parties est l'automate minimal

2 Langages rationnels

2.1 Expressions rationnelles

Définition et langage

Robustesse de la classe des langages rationnels

2.2 Lien avec les automates

Théorème de Kleene

Application aux automates généralisés ? Voir Dehornoy p.86

Trouver le langage reconnu par un automate : lemme d'Arden

2.3 Construction d'un automate reconnaissant une expression rationnelle

Construction de Thompson

Simulation de l'AFD directement (dev)

3 Applications

3.1 Recherche de motifs

3.2 Analyse lexicale

3.3 Décidabilité

Arithmétique de Presburger (dev)

Leçon 912

Fonctions récursives primitives et non primitiv Exemples.

Développements

La fonction d'Ackermann n'est pas récursive primitive.
Les fonctions récursives sont lambda-définissables.

Références

Carton. *Langages formels, calculabilité et complexité*.
Dehornoy. *Mathématiques de l'informatique*.
Cori. *Logique mathématique (tome 2)*. b.

On passe beaucoup de temps à se demander comment on calcule les choses : c'est tout l'objet de l'algorithmique. En particulier, on construit des algorithmes récursifs, et on se rend compte que parfois, on dirait que ça va jamais s'arrêter... du coup, qu'est ce qu'on peut calculer ? Et c'est là qu'on a besoin de modèles de calcul.

Un modèle qui correspond bien à l'intuition d'un algorithme, c'est les fonctions récursives. Alors on définit d'abord les fonctions récursives primitives, mais on se rend compte que ça suffit pas : il y a des fonctions qu'un algorithme arrive à calculer qu'on ne peut pas exprimer comme ça, par exemple la fonction d'Ackermann (dev).

L'intuition qu'on a, c'est que toutes les fonctions calculables (définition fantaisiste propre à chacun.e) sont récursives... on pourrait en douter (on a vu que récursif primitif ça suffit pas !) mais en fait, les autres modèles de calcul qu'on connaît donnent la même chose : les machines de Turing, et le λ-calcul (dev)...

Faudrait rajouter un bout sur les ensembles récursifs mais j'y connais encore rien mais ça va bientôt changer :)

1 Fonctions récursives primitives

1.1 Définition et propriétés de cloture (généralisation avec codage des suites)

1.2 Exemples

1.3 Limite des fonctions récursives primitives : le cas de la fonction d'Ackermann (dev)

2 Fontions récursives comme modèle de calcul

2.1 Définition (schéma μ) et problème d'indécidabilité !

2.2 Lien avec les machines de Turing

2.3 Lien avec le λ-calcul (dev)

3 Ensembles récursifs et récursivement énumérables

3.1 Définitions

3.2 Le problème de l'arrêt : la disctinction entre les deux

3.3 Théorèmes de point fixe

Leçon 913

Machines de Turing. Applications.

Développements

Théorème de Cook.
Théorème de Rice.

Références

Papadimitriou. *Computational complexity*.
Sipser. *Introduction to the thoery of computation*.
Carton. *Langages formels, calculabilité et complexité*.

On peut adopter deux points de vue différents sur le calcul d'un algorithme : le point de vue fonctionnel (fonctions récursives), et le point de vue algorithmique (machines de Turing). Ici, on va s'intéresser aux machines de Turing, et on va voir que cela permet de donner un sens très clair à la notion d'algorithme et de problème de décision.

On présente rapidement le modèle de calcul d'un machine de Turing, et on explique que c'est un peu comme un ordinateur parce qu'il existe une machine de Turing qui peut simuler n'importe quelle machine (!!)... Cela permet de définir ce qui est calculable et ce qui est décidable ! En particulier, on peut assez facilement construire tout un tas de langages qui ne sont pas décidables, et c'est l'objet du théorème de Rice (dev).

Enfin, une fois qu'on a formalisé le cadre dans lequel se déroulent nos algorithmes, et qu'on sait s'ils terminent ou pas... on peut se demander en combien de temps ils terminent, et c'est de là que naît la théorie de la complexité. On regarde alors deux choses : le nombre de cases sur lesquelles une machine a écrit et le temps que la machine a pris pour écrire sur toutes ces cases. Cela permet de définir tout un tas de classes de complexité, et de réduire pas mal de problèmes à une machine de Turing, où on pourra regarder combien de temps elle met à s'executer. En particulier, le problème de base quand on parle de problèmes NP-complet, c'est le théorème de Cook, dont on va présenter la preuve, qui fait le lien entre la logique propositionnelle et les machines de Turing (dev).

1 Définitions

1.1 Machine de Turing à une bande, langage reconnu et exemples

1.2 Description d'une machine de Turing (graphe des configurations)

1.3 Robustesse (plusieurs bandes, non déterminisme...)

1.4 Machine de Turing universelle (ordinateur !)

2 Calculabilité/Décidabilité

2.1 Calculabilité

2.2 La thèse de Church Turing : lien avec d'autres modèles de calcul

2.3 Langage décidable (notion de problème)

2.4 Indécidabilité : le problème de l'arrêt et le théorème de Rice (dev)

3 Complexité

3.1 Théorème d'accélération linéaire !!!

3.2 Classes de complexité temporelle

PTIME NPTIME... Cook (dev)

3.3 Classes de complexité spaciale

PSPACE... (Savitch)

Leçon 914

Décidabilité et indécidabilité. Exemples.

Développements

Décidabilité de l'arithmétique de Presburger.
Théorème de Rice.

Références

Carton. *Langages formels, calculabilité et complexité*.
Autebert. *Calculabilité et décidabilité*.
.

Disons qu'on se pose une question à laquelle on peut répondre par oui ou par non. On va réfléchir très longtemps et (peut-être) finir par donner une réponse...

Plus concrètement, réféchir, ça veut dire dérouler un algorithme, utiliser une méthode de calcul (par exmple les machines de Turing, mais on pourrait utiliser un autre modèle de calcul), et autant de temps que l'on veut, ça veut dire en un nombre fini d'étapes. Et la question posée au dessus est un problème de décision.

Le problème est dit décidable s'il existe une machine de Turing qui s'arrête sur tout entrée et qui répond à la question. Mais là, malheur, tous les problèmes ne sont pas décidables ! L'exemple canonique c'est le problème de l'arrêt, et en fait, on peut en trouver tout plein, en définissant une propriété non triviale sur un langage, ce qui donne un langage indécidable : c'est le théorème de Rice (dev).

Maintenant, si on veut déterminer l'(in)décidabilité d'un problème, une méthode un peu plus simple est de se demander si on peut le réduire à un problème qu'on sait être (in)décidable ! C'est pour ça que c'est important d'avoir tout un tas de problèmes sous le coude, vers lesquels on pourra réduire nos nouveaux problèmes. On peut citer l'exemple historique, le problème de correspondance de Post, et un autre exemple retentissant, en logique : la décidabilité de l'arithmétique de Presburger (dev).

1 Définitions

1.1 Modèles de calcul

* Machines de Turing
* Fonctions récursives, lambda calcul
* Thèse de Church

1.2 La notion de problème

* Problème de décision
* Décidabilité et indécidabilité

2 Problèmes classiques

2.1 Le problème de l'arrêt et le théorème de Rice (dev)

2.2 Déterminer l'(in)décidabilité : la réduction

3 Exemples de problèmes

3.1 Problème de correspondance de Post (PCP)

3.2 Machine linéairement bornées : grammaires non contextuelles

3.3 Théories logiques : Presburger (dev), Presburger + multplication est indécidable

Leçon 915

Classes de complexité. Exemples.

Développements

Problème du voyageur de commerce euclidien.
Théorème de Savitch.

Références

Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.
Papadimitriou. *Computational complexity*.
Barak Arora. *Computational complexity: a modern approach*.

On se donne un problème, et on essaye de le résoudre, pour ça, on définit un algorithme qui prend quelque chose en entrée et donne une réponse. Cet algorithme, c'est la définition d'une machine de Turing.

À partir de là, on se demande si notre algorithme est bon. En gros : est-ce qu'on peut faire mieux ? Et en fait, on se rend compte que la rapidité avec laquel on peut résoudre un problème dépend pas de l'algorithme mais bien du problème lui-même ! Par exemple, déterminer si un graphe est connexe c'est plutôt facile, déterminer s'il y a une CLIQUE dedans, c'est difficile.

Mais on peut faire une remarque fondamentale : il y a des problèmes qui se ressemblent, au sens ou une solution à l'un donne une solution à l'autre ! Et ça qui permet de définir des classes de complexité ! Par exemple, P, NP, et leurs équivalents en espace.

Mais... ces classes de complexité, est-ce que c'est pas un peu tout la même chose ? Il y a des inclusions strictes, des inclusions qu'on ne sait pas, et des égalités ! Par exemple, des machines de Turing déterministes ou non, qui tournent en temps polynomial, bah c'est la même chose ! C'est le théorème de Savitch (dev).

Enfin, une fois qu'on est coïncés avec nos problèmes difficiles, on fait quoi ? Une solution très actuelle c'est de prendre un max de processeurs pour aller plus vite, ce qui mène à une autre définition de classe de complexité. Mais une autre approche donne des résultats parfois sympa, c'est l'approximation. On va voir que cette approche peut donner des résultats sympa mais qu'elle atteint très rapidement ses limites : TSP (dev).

1 Définitions et contexte

1.1 Machines de Turing : coût spatial et temporel

1.2 Problème de décision

1.3 Définition de la complexité d'un problème

1.4 Réduction d'un problème à un autre

2 Classes de complexité

2.1 Intérêt des classes de complexité et bonne définition, théorème d'accélération linéaire et justification de l'utilisation des O(.)

2.2 Complexité temporelle

Des problèmes faciles : la class PTIME

Des problèmes plus difficiles : la classe NPTIME, exemple de SAT

D'autres classes de complexité

2.3 Complexité spatiale

Les classes de complexité spatiales

* On précise bien que la disction P/NP n'a pas de sens car PSPACE=NPSPACE d'après le thm de Savitch (dev).
* L, NL, PSPACE, NPSPACE, EXPSPACE

Lien avec la complexité temporelle

3 Que faire d'un problème difficile ?

3.1 Circuits logiques et parallèlisme

Circuits logiques et nouvelles classes de complexité

PRAM et calcul dans ces classes de complexité

3.2 Les approximations : exemple du TSP (dev)

Leçon 916

Formules du calcul propositionnel : représenta formes normales, satisfia- bilité. Applications.

Développements

Théorème de compacité du calcul propositionnel.
Théorème de Cook.

Références

Cori. *Logique mathématique (tome 1).* a.
Rougemont. *Logique et fondements de l'informatique.*

En maths on a vite envie de pouvoir exprimer des relations entre la véracité de plusieurs propositions. De façont très triviale, on le fait souvent dans la vie de tous les jours, par exemple : il y a du soleil donc il n'y a pas de nuage...

En faisant ça, on a en fait défini deux variables qui prennent les valeurs OUI/NON, et qui expriment (dans notre tête !) ce que l'on veut. En fait, c'est le calcul propositionnel, il permet d'exprimer ces relations.

On définit alors de façon plus ou moins inductive l'ensemble des formules, puis une fonction d'évaluation : une table de vérité. Cette définition inductive permet de faire des preuves sur les formules, et un résultat retentissant c'est le théorème de compacité ! Ça donne d'ailleurs très naturellement des exemples d'applications et on voit la puissance du calcul propositionnel, par exemple on peut regarder les pavages ou les coloriages de graphes.

Mais cette puissance a un prix, et c'est la complexité de résolution de ces formules... en effet, SAT est NP-complet (dev), ce qui est un peu chiant mais pas tant que ça vu qu'on arrive à ruser pour faire des solvers pas si inefficaces !

1 Définition du calcul propositionnel

1.1 Définition, notations

1.2 Théorème de lecture unique (définition inductive !)

1.3 Démonstrations et définitions par induction sur les formules (déduction naturelle)

2 Sémantique

2.1 Table de vérité

2.2 Formules équivalentes et formes normales

2.3 Satisfiabilité : théorème de compacité et applications (dev)

3 Une application majeure : la complexité

3.1 Définition rapide des classes P, NP

3.2 NP-complétude de SAT (dev)

3.3 Peut-on pour autant faire des SAT solvers ? (cf Problème SAT, Lakhdar Saïs)

Leçon 918

Systèmes formels de preuve en logique du premier ordre. Exemples.

Développements

Une involution est une bijection.
Théorie des ordres denses.

Références

Raffali David, Nour. *Introduction à la logique*.

1 Cadre : la logique mathématique

1.1 Motivation : définir ce qui se prouve

1.2 Le langage, formules de la logique

1.3 Théories et modèles, ex de la théorie des ordres denses (dev)

2 Des systèmes formels classiques

2.1 Déduction naturelle

2.2 Calcul des séquents : un exemple de preuve (dev)

3 Un mot sur l'automatisation ?

Leçon 921

Algorithmes de recherche et structures de données associées.

Développements

Insertion dans un arbre B.
PLus longue sous séquence commune.

Références

Froidevaux. *Types de données et algorithmes*.
Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.
Crochemore. *Algorithms on strings*. a.
Crochemore. *Text algorithms*. b.

1 Recherche dans une structure de données linéaire

1.1 Recherche dans une liste non triée

1.2 Tri et recherche dichotomique

1.3 Recherche de médiane...

2 Structures adaptées à la recherche

2.1 Arbres binaires de recherche

2.2 Union find (partitions d'ensembles) : composantes connexes d'un graphe

2.3 Tables de hachage : dictionnaires

2.4 Une généralisation des ABR pour la recherche externe : les B-arbres (dev) et application aux bases de données !

3 Recherche dans un texte

3.1 Recherche d'un mot

Recherche naïve

Algorithme KMP

Recherche d'une sous-séquence commune (dev)

3.2 Recherche d'un motif

Leçon 923

Analyses lexicale et syntaxique. Applications.

Développements

Construction d'un automate déterministe à partir d'une expression régulière.
Algorithme de type principal.

Références

Aho. *Compilers*.
Carton. *Langages formels, calculabilité et complexité*.
Wilhelm. *Compiler design OU Les compilateurs*.

1 Généralités sur la compilation

Langage

Lexer, parser...

2 Analyse lexicale

2.1 Principe

2.2 Expressions rationnelles

2.3 Automates finis

construction

simulation (dev)

3 Analyse syntaxique

3.1 Principe

3.2 Grammaires non contextuelles

3.3 Analyse descendante/ascendante

4 Une brève incursion sémantique : le typage

typage des λ-termes (dev)

Leçon 924

Théories et modèles en logique du premier ordre. Exemples.

Développements

Décidabilité de l'arithmétique de Presburger.
Théorie des ordres denses.

Références

1 Cadre : la logique mathématique

1.1 Motivation : définir ce qui se prouve

1.2 Le langage, formules de la logique

1.3 Qu'en faire ? Les preuves

2 Théories et modèles

2.1 Théories : aspect syntaxique

2.2 Modèles : aspect sémantique

2.3 Correspondance entre les deux

3 Des exemples de théories

3.1 Théories des ordres denses : élimination de coupures

3.2 Arithmétique : Peano, Presburger

Leçon 925

Graphes : représentations et algorithmes.

Développements

Algorithme de Floyd-Warshall.
Problème du voyageur de commerce euclidien.

Références

Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.
Froidevaux. *Types de données et algorithmes*.

1 Définition

1.1 Graphe

1.2 Représentation : liste d'adjacence, matrice, et intérêt

2 Parcours

2.1 En largeur

2.2 En profondeur

2.3 Tri topologique

3 Arbres couvrants minimaux

3.1 Prim

3.2 Kruskal

4 Chemins dans un graphes

4.1 Plus court chemin à source unique

4.2 Plus court chemin pour toutes les sources : Floyd Warshall (dev)

5 Problèmes de cycles

5.1 Cycle hamiltonien

5.2 TSP euclidien ou non et approximation (dev)

Leçon 926

Analyse des algorithmes : complexité. Exemp

Développements

Algorithme de Floyd-Warshall.
Complexité moyenne du tri rapide.

Références

Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.
Froidevaux. *Types de données et algorithmes*.
Benoit. *A guide to algorithm design, paradigms, methods, and complexity analysis*.

1 Introduction à la complexité

1.1 Complexité en temps

1.2 Complexité en espace

1.3 Pertinence du modèle de calcul

2 Analyse simple de complexité : le pire cas

2.1 Itératif

Programmation dynamique : ex de floyd-warshall (dev)

Glouton

2.2 Récursif : master theorem

2.3 Parallèle : work/span (trouver traduction française)

3 Analyse plus fine

3.1 Analyse en moyenne : le tri rapide (dev)

3.2 Analyse amortie : présenter une méthode du cormen

3.3 Optimalité, complexité si on se permet une petite erreur, pas tjs possible tout ça... (exempe du TSP par ex)

Leçon 927

Exemples de preuve d'algorithme : correction, terminaison.

Développements

Algorithme KMP.
Tri par tas.

Références

Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.
Froidevaux. *Types de données et algorithmes*.
Benoit. *A guide to algorithm design, paradigms, methods, and complexity analysis*.
Nielson Nielson. *Semantics with applications: an appetizer*.
Winskel. *The formal semantics of programming languages*.

1 Exemples fondamentaux

1.1 Exponentiation rapide

1.2 Multiplication de matrices

2 Terminaison

2.1 Algorithmes itératifs : variant

2.2 Algorithmes récursifs : "stathme"

2.3 Indécidabilité du problème de la terminaison

3 Correction

3.1 Algorithmes itératifs : invariant

3.2 Algorithmes récursifs : induction

3.3 Construire l'algo sur la preuve

* analyse d'une relation de récurrence : programmation dynamique et autres

floyd-warshall (dev?)

KMP (dev)

* analyse d'une structure de données

tri par tas (dev)

4 Preuves formelles ??

4.1 IMP

4.2 Logique de Hoare

4.3 Exemples : factorielle dans la logique de Hoare

Leçon 928

Problèmes NP-complets : exemples et réducti

Développements

Problème du voyageur de commerce euclidien.
Théorème de Cook.

Références

Benoit. *A guide to algorithm design, paradigms, methods, and complexity analysis*.
Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.

1 NP-complétude

1.1 Définitions : complexité, réduction, classes de complexité (P, NP)

1.2 NP-complétude et preuve de NP-complétude

1.3 Problèmes de décision vs optimisation

1.4 Un exemple fondamental : le calcul propositionnel, théorème de Cook (dev)

2 Tout un tas de problèmes NP-complets

2.1 Sur les graphes

2.2 Sur les ensembles

2.3 Sur le scheduling

3 Et que faire après ?

3.1 Les SAT solvers

3.2 Simplification des problèmes en rajoutant des hypothèses

3.3 Approximations ! Exemple du TSP (dev)

Leçon 929

Lambda-calcul pur comme modèle de calcul. Exemples.

Développements

Algorithme de type principal.
Les fonctions récursives sont lambda-définissables.

Références

1 Définition des λ-termes

1.1 Termes

1.2 Variables libres, substitution

1.3 α-équivalence

1.4 Indices de Bruijn

2 Réduction

2.1 β et η réductions

2.2 Formes normales, Church-Rosser

2.3 Dérivation à gauche

2.4 λ-calcul simplement typé (dev)

3 Expressivité

3.1 Entiers de Church

3.2 Combinateurs de point fixe

3.3 Équivalence avec les fonctions récursives (dev)

Leçon 930

Sémantique des langages de programmation. Exemples.

Développements

Références

Leçon 931

Schémas algorithmiques. Exemples et applicat

Développements

Algorithme de Floyd-Warshall.
Tri par tas.
Tri rapide.

Références

Benoit. *A guide to algorithm design, paradigms, methods, and complexity analysis*.
Cormen. *Introduction à l'algorithmique*.

1 Notion de paradigme

2 Approche gloutonne

2.1 Principe

2.2 Exemple du rendu de monnaie

2.3 Matroïdes

2.4 Approximation

3 Diviser pour régner

3.1 Sous problèmes et reconstruction

3.2 Master theorem

3.3 Algorithmes de tri

tri fusion

tri par tas

tri rapide (dev)

3.4 Multiplications de matrices (Strassen)

3.5 Application théorique : théorème de Savitch

4 Programmation dynamique

4.1 Sous problèmes optimaux et relation de récurrence

4.2 Mémoïsation

4.3 Applications en algorithmique du texte

distance d'éditions et facteurs

plus longue sous séquence commune

4.4 Applications en algorithmique des graphes

Floyd-Warshall (dev)

Leçon 932

Fondements des bases de données relationnelle

Développements

Minimisation de tableaux.
Insertion dans un arbre B.

Références

Abiteboul. *Foundations of databases: the logical level*.
Jan Van Leeuwen. *Handbook of theoretical computer science, volume B : formal models and semantics*.

1 Le modèle relationnel

2 Langages de requêtes

2.1 Approche logique : calcul relationnel

2.2 Approche algébrique : algèbre relationnelle

2.3 Équivalence des deux : théorème de Codd

3 Aspects pratiques, comment améliorer le temps de réponse ?

3.1 Optimisation de requêtes

Requêtes sous forme de tableaux

Équivalences et minimisations de tableaux

NP-complétude du problème de décision $q \subseteq q'$

3.2 Recherche dans une table : l'importance des index, arbres B (dev)

Bibliography

Abiteboul. *Foundations of databases: the logical level.*

Aho. *Compilers.*

Alessandri. *Thèmes géométrie.*

Allaire. *Analyse numérique et optimisation.*

Appel. *Probabilités pour les non probabilistes.*

Barak Arora. *Computational complexity: a modern approach.*

Audin. *Géométrie.*

Autebert. *Calculabilité et décidabilité.*

Avez. *Calcul différentiel.*

Barbe-Ledoux. *Probabilités.*

Beauquier. *Éléments d'algorithmique.*

Beck-Malick-Peyré. *Objectif agrégation.*

Benoit. *A guide to algorithm design, paradigms, methods, and complexity analysis.*

Berthelin. *Équations différentielles.*

De Biasi. *Mathématiques pour le CAPES et l'agrégation interne.*

Calais. *Éléments de théorie des groupes.*

Caldero-Peronnier. *Carnet de voyages en algébrie.*

Carton. *Langages formels, calculabilité et complexité.*

Ciarlet. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation.*

Cognet. *Algèbre et géométrie.*

Combes. *Algèbre et géométrie.*

Combesgeometrie. *Algèbre et géométrie.*

Cori. *Logique mathématique (tome 1).* a.

Cori. *Logique mathématique (tome 2).* b.

Cormen. *Introduction à l'algorithmique.*

Crochemore. *Algorithms on strings.* a.

Crochemore. *Text algorithms.* b.

Dantzer. *Mathématiques pour l'agrégation.*

Raffali David, Nour. *Introduction à la logique.*

Dehornoy. *Mathématiques de l'informatique.*

Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles.*

Demazure. *Algèbre.*

Duverney. *Théorie des nombres.*

Eiden. *Géométrie analytique classique.*

El-Amrani. *Suites et séries numériques, suites et série de fonctions.*

Faraut. *Analyse sur les groupes de Lie.*

Froidevaux. *Types de données et algorithmes.*

Garet-Kurtzmann. *De l'intégration aux probabilités.*

Gourdon. *Algèbre et Analyse.*

Gozard. *Théorie de Galois.*

Grifone. *Algèbre linéaire.*

H2G21. *Histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 1.*

H2G22. *Histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 2.*

Hauchecorne. *Les contre exemples en mathématiques.*

Hirsch-Lacombe. *Éléments d'analyse fonctionnelle.*

Lafontaine. *Introduction aux variétés différentielles.*

Jan Van Leeuwen. *Handbook of theoretical computer science, volume B : formal models and semantics.*

Madère. *Développements d'analyse.*

Mansuy-Mneimé. *Réduction des endomorphismes.*

Amar Matheron. *Analyse complexe.*

Mercier. *Fondamentaux d'algèbre et d'analyse.*

Navarro. *Flexible pattern matching in strings.*

Nh2G21. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 1.*

Nh2G22. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et géométrie, tome 2.*

Nielson Nielson. *Semantics with applications: an appetizer.*

Ouvrard. *Probabilités 1 ou 2.*

Briane Pagès. *Théorie de l'intégration.*

Papadimitriou. *Computational complexity.*

Perrin. *Algèbre.*

Pommellet. *Analyse.*

Queffelec. *Topologie.*

Queffelec-Zuily. *Analyse pour la licence 3.*

Ramis-Warusfel. *Algèbre et géométrie.*

Risler-Boyer. *Algèbre pour la Licence 3.*

Rombaldi. *Mathématiques pour l'agrégation : ??*

Rougemont. *Logique et fondements de l'informatique.*

Rouvière. *Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation.*

Rudin. *Analyse réelle et complexe.*

Saux-Picart. *Cours de calcul formel. Corps finis, systèmes polynomiaux, applications.*

Seguins-Pazzis. *Invitation aux formes quadratiques.*

Serre. *Les matrices.*

Sipser. *Introduction to the thoery of computation.*

Tauvel. *Analyse complexe pour la Licence 3.*

Ulmeranneaux. *Anneaux, corps résultants.*

Ulmergroupe. *Théorie des groupes.*

Wilhelm. *Compiler design OU Les compilateurs.*

Winskel. *The formal semantics of programming languages.*